Journal of the Korean Institute
of Plant Engineering
Vol.3,No.1, June, 1998

혼합 다속성 의사결정문제에서 선호설비의 선정†

The Selection of Preferred Facilities in Mixed MADM Situation†

이강인*, 이진식*
Kang-In Lee*, Jin-Shik Yi*

Abstract

The purpose of this study is to propose an approach for the mixed Multiple-Attribute Decision-Making(MADM) problems.

Until now, most approaches have assumed that the attributes in the MADM problems are quantitative or qualitative. However, in the case of purchasing equipments, choosing projects/facilities or selecting consulting institutions, we consider consulting costs and purchasing extra capacities as quantitative attributes, but flexibility and economic risks as qualitative attributes.

As a result, to solve the mixed MADM problems more realistically, this study designs a method eliminating inferior facilities based on distance measure in the process of considering the group of mixed attributes that can be considered as important by the decision-maker.

1. 서 론

일반적으로 기업의 경영상에 적용되는 다속성 의사결정(Multiple-Attribute Decision-Making:MADM) 문제는 심사자(auditor)의 입장에서 품질대상기업, 우수 품질분임조, 프로젝트(projects)의 선정 등을 들 수 있으며, 소비자(customer)의 입장에서 제품/

† 본 연구는 '96 전주대학교 학술연구비의 지원에 의해 수행된 연구결과임.
* 전주대학교 산업공학과

설비, 지도(consulting)기관의 선정 등을 들 수 있다. 이러한 MADM문제는 여러 가지의 속 성간에 많은 상충요인이 발생하기 때문에 다양한 판단기준에 입각하여 주어진 대안들 간의 선호순서를 결정하거나 최적 혹은 일부의 선호대안을 선정하게 된다[16].

이러한 MADM문제는 주어진 속성들이 정량적(quantitative) 혹은 정성적(qualitative)으로 혼합되어 있는 경우가 대부분이다. 최근 이들의 혼합속성에 따르는 문제점을 해결하기 위하여 여러 측면에서 연구가 수행되고 있다[4,6,7,8,12,13,14,15]. 이들 중 Yang, J. B. et al.[13,14]는 정량적인 속성에 정성적인 속성을 추가적으로 포함시켜서 문제를 해결하고 있다. 그러나 일상적인 MADM문제에 직면한 의사결정자가 위의 연구에서와 같이 모든 정량적인 속성을 우선적으로 고려하고 정성적인 속성을 추가적으로 고려한다는 것은 속성간의 완전한 선형성(complete linearity)을 만족해야 하기 때문에 최종 선호대안(final preferred alternatives)의 선정에 많은 어려움이 있을 수 있다. 그리고 고려해야 할 속성의 수가 매우 많은 현실적인 MADM문제에서 중요한 소수 개의 속성을 가지고 단계적인 의사결정을 하는 경우[1,2]에 위의 연구결과를 이용하는 것은 매우 어려운 일일 것이다.

예를 들어, 어느 회사에서 최고경영자가 유연 제조시스템(Flexible Manufacturing Systems:FMS) 설비를 도입[11]하기 위해서 다음과 같은 중요순서를 가지는 여러 개의 그룹속성

그룹속성 1 ; 설비 구입비용, 예비 생산능력, 부품족(part family)의 유연성
그룹속성 2 ; 배치크기(batch size)의 유연성
그룹속성 3 ; 폐수 발생비율, 경로(routing)의 유연성
그룹속성 4 ; 설비의 소요공간, 부품의 복잡성에 따른 연간 유지비용
그룹속성 5 ; 공구와 소프트웨어(software)의 편이성, 시장과 제품의 변화에 따른 경제적 위험

등을 고려한다고 할 때, 의사결정자의 입장에서 가장 중요한 것으로 생각되는 위의 그룹속성 1에서 부품족(part family)의 유연성을 향상(positive)시키기 위해서는 설비 구입비용을 상승(negative)시켜야 하는 등의 많은 상충문제가 발생할 것이다. 따라서 이러한 MADM문제에서는 다수 속성간의 상충문제가 적절히 상쇄되지 않으면 안 된다. 여기서 고려해야 할 설비와 속성의 수가 많아지면 많아질수록 문제해결을 더욱 복잡하게 할 것이다. 만약, 이들을 GAIA[9]에서와 같이 기하학적 의미의 유클리디안 공간(euclidean space)상에 표현하려면 속성 수만큼의 차원을 갖는 공간이 필요할 것이다. 이것은 인간의 인지능력과 표현 가능성을 고려해 볼 때 3차원 이상이 되면 큰 의미가 없다. 한편, 위의 예에서 설비 구입비용, 예비 생산능력, 여러 측면의 유연성, 경제적 위험에 대하여 설비 구입비용과 예비 생산능력은 정량적(quantitative)일 수 있으며, 유연성과 경제적 위험은 정성적(qualitative)일 수 있을 것이다.

따라서, 본 연구에서는 많은 설비와 혼합 그룹속성을 가지는 MADM문제의 최적 선호설비를 선정하기 위한 접근방법을 제시하고자 한다. 여기서는 우선 이익(profit)속성 혹은 비용(cost)속성을 고려하여 정량적 속성의 값과 정성적 속성의 값을 동일한 구간상에 정규화(normalization)한다. 그리고 주어진 전체 혼합속성을 중요도에 의해 소수개의 하위 그룹속성으로 분할한 후, 이들을 단계적으로 고려해가면서 거리척도(distance measure)에 의해 설비의 수를 점차 감소시키는 과정에서 절단범위(cutting range)의 폭을 조정하여 보다 빠른 시간 내에 선호설비(preferred facilities)를 구할 수 있도록 하였다.

2. 속성의 변환 및 거리척도

최근에 Yang, J. B., et al.[13,14]이 제시한 접근방법에서는 n_0^n개의 정량적 속성과 n_0^l개의 정성적 속성을 갖는 혼합속성의 문제에 대하여 효용/가치함수(Utility/Value Function:UVF) $\nu(a)$가 가장 큰 대안 a_*를 선택한다. 여기서 $A_0=\{a_1, a_2, \ldots, a_{m_0}\}$는 주어진 설비 전체집합이고, $x_{ij}(j=1,2,\cdots,n_0^n)$는 정량적 속성의 평가값이며 $o_{ij}(j=n_0^n+1,\cdots,n_0^n+n_0^l)$는 정성적 속성의 평가값이다. 이 문제에서 정성적 속성이 갖는 값들은 N점 척도법에 의해 $1n, 2n, \cdots, Nn(-\infty \le n \le \infty)$인 서수적(ordinal) 성질을 갖기 때문에 n과 2n은 정량적인 기수적(cadinal) 측면에서 전자보다 후자가 2배 중요하다고 할 수 없어서 이를 합리적으로 척도화해야만 정량적인 속성과 함께 동일 구간내에서 분석·평가할 수 있을 것이다.

본 연구에서 제시하는 혼합 MADM문제는 의사결정자가 단계 p를 거치면서 우선적인 그룹속성에 대하여 $G_p(p=1,2,\cdots,z \le n_0)$ 내의 $c_1, c_2, \cdots, c_{n_p}$들이 정량적 혹은 정성적인 혼합속성의 원소들로 구성되어 있는 상황이다. 여기서 단계 p에 대하여 고려하고자 하는 속성들을 효율적으로 구분하기 위하여 $i=1,2,\cdots,m_p$와 $j=1,2,\cdots,n_p$에 대하여 결정변수(decision variables)

$$\delta_{ij}^n=\begin{cases}0, \text{for } o_{ij}\\ 1, \text{for } x_{ij}\end{cases} \text{와} \quad \delta_{ij}^l=\begin{cases}0, \text{for } x_{ij}\\ 1, \text{for } o_{ij}\end{cases} \quad (1)$$

를 도입하면, 전체혼합속성은 $\delta_{ij}^n c_j+\delta_{ij}^l c_j$로 나타낼 수 있을 것이다. 그러므로 본 연구에서 정의하는 혼합 MADM문제는 <표 1>과 같은 의사결정상황이다.

여기서 $x_{ij}/o_{ij}(i=1,2,\cdots,m_p, j=1,2,\cdots,n_p)$ 각각 단계 p에서 i번째 설비와 j번째 정량적 혹은 정성적인 혼합속성으로부터 얻은 평가값이다. 이러한 혼합 MADM문제는 정성적 속성의 값과 정량적 속성의 값을 합리

<표 1> 혼합 MADM문제

속성 \ 대안	$\delta^{n}_{i1}C_1 + \delta^{l}_{i1}C_1$	$\delta^{l}_{i2}C_2 + \delta^{n}_{i2}C_2$	…	$\delta^{n}_{in_p^n+n_p^l-1}C_{n_p^n+n_p^l-1} + \delta^{l}_{in_p^n+n_p^l-1}C_{n_p^n+n_p^l-1}$	$\delta^{n}_{in_p}C_{n_p} + \delta^{l}_{in_p}C_{n_p}$
a_1	x'_{11}/o'_{11}	x'_{12}/o'_{12}	…	x'_{1n_p-1}/o'_{1n_p-1}	x'_{1n_p}/o'_{1n_p}
a_2	x'_{21}/o'_{21}	x'_{22}/o'_{22}	…	x'_{2n_p-1}/o'_{2n_p-1}	x'_{2n_p}/o'_{2n_p}
…	…	…	…	…	…
a_{m_0}	x'_{m_p1}/o'_{m_p1}	x'_{m_p2}/o'_{m_p2}	…	$x'_{m_pn_p-1}/o'_{m_pn_p-1}$	$x'_{m_pn_p}/o'_{m_pn_p}$

적으로 동일 구간상에 변환 ($x'_{ij}/o'_{ij} \rightarrow x_{ij}$) 해야한다. 이러한 측면의 연구결과[14]에서는 정성적 속성에 관한 선호정도가 폐구간[L,U]의 값을 가질 수 있음을 보이고 있다.

따라서 $E=\{E_1, E_2, \cdots, E_n, \cdots, E_N\}$에 대하여 N점 척도법에 의한 평가등급의 집합은

$$p(E)=[p(E_1),\ p(E_2), \cdots,\ p(E_n) \cdots,\ p(E_N)]^T \tag{2}$$

으로 정량화할 수 있다. 여기서 $p(E_n)$은 E_n의 척도값이고 정량적 속성값과 동일 구간에 위치하도록 $[L, U]$ = [-1.0,1.0]에 대해 다음의 기본조건을 정의할 수 있다.

$$p(E_1)=-1.0,\ p(E_N)=1.0$$
$$p(E_{n+1})>p(E_n),\ n=1,2,\cdots,N-1 \tag{3}$$

위의 E_n의 가능한 함수형태는

- 균일간격⇒ E_n=상수(constants)
- 하한에서 상수감소⇒ $E_n = A - Bn$(A,B=상수)
- 감소 볼록 하한⇒ $E_n = 1/n$
- 감소율을 갖는 간격⇒ $E_n = \sqrt{n}$

등으로 주어진 속성을 고려하여 의사결정자의 입장에서 결정할 수 있다. 또한, 정량적 속성에 관하여 선호정도공간(preference degree space) [-1.0, 1.0]은 [14]에서와 동일하게 $i=1,2,\cdots,m_p$ 와 $j=1,2,\cdots,n_p$ 에 대하여

$$x_{ij} = \begin{cases} \dfrac{2(x'_{ij} - \min_i x'_{ij})}{\max_i x'_{ij} - \min_i x'_{ij}} - 1, & \text{for all benefit attributes} \\ \dfrac{2(\max_i x'_{ij} - x'_{ij})}{\max_i x'_{ij} - \min_i x'_{ij}} - 1, & \text{for all cost attributes} \end{cases} \tag{4}$$

으로 할 수 있다. 그러면 정량적 속성과 정성적 속성이 동일한 선호정도구간[-1.0, 1.0]을 갖기 때문에 주어진 설비들에 대한 최적선호설비의 선정이나 순위결정을 위해 적절한 기존의 MADM접근방법을 이용할 수 있을 것이다. 예를 들면, 가장 간단한 접근방법 중 하나인 선형가법 효용함수모형(혹은 단순 가중치 모형)을 이용할 수 있지만 이

접근방법은 효용함수(utility function)의 개념을 이용하는 것으로 한계효용의 선형성(linearity of marginal utility), 선호독립성(preferential independent)과 속성간의 직접 선형보정성(compensation)을 가정한다. 위의 가정들은 일상적으로 접하게 되는 많은 설비를 가지고 있는 혼합 MADM문제에 대해 의사결정자의 입장을 반영할 수 있다고 보기에는 많은 무리가 따를 것이다.

따라서, 본 연구에서는 단계 p를 거치면서 우선적으로 의사결정자의 입장에서 중요하다고 생각되는 혼합속성의 그룹을 고려하여 거리척도(distance measurement)에 의해 이상설비(ideal facilities)와 주어진 설비의 거리가 가장 가까운 최적 선호설비를 선정할 수 있는 접근방법을 제시하고자 한다. 여기서, 단계 $p(p=1,2,\cdots,z\leq n_0)$가 증가함에 따라 설비의 차별화를 효율적으로 하기 위하여 $i\neq k$에 대해 $a_i, a_k \in A_{p-}$일 때 거리척도 $D(a.)$에 의한 설비 a_i와 설비 a_k간의 선호관계는

$$\begin{aligned}
\sum_{p=1}^{z} D_p(a_i) &< \sum_{p=1}^{z} D_p(a_k) \Leftrightarrow a_i > a_k \\
\sum_{p=1}^{z} D_p(a_i) &= \sum_{p=1}^{z} D_p(a_k) \Leftrightarrow a_i \sim a_k \quad (5)\\
\sum_{p=1}^{z} D_p(a_i) &> \sum_{p=1}^{z} D_p(a_k) \Leftrightarrow a_k > a_i
\end{aligned}$$

가 됨을 알 수 있다. 위의 $a_i > a_k$는 설비 a_i를 설비 a_k보다 선호(prefer)함을 의미하고, $a_i \sim a_k$는 무차별(indifference)함을 의미하는데, 만약, 이상설비를 가지는 가설적 설비의 선택이 가능하다면 모든 다른 설비는 열등설비(inferior facilities)가 되기 때문에 주어진 설비들은 모두 기각되게 될 것이다. 그러나 이것은 각 속성의 평가값 중에서 가장 유리한 값들만을 가지는 설비이기 때문에 현실적으로 선택할 수 없는 해가 되지만 주어진 설비들을 평가하기 위한 중요한 판단기준이 될 수 있을 것이다. 그러므로 주어진 설비들 중에서 가능한 한 이상설비와 유클리디안 거리(euclidean distance)가 가장 가까운 설비를 찾는 것은 어느 정도 합리적인 대체방법이 될 수 있을 것이다. 즉, 비열등 설비(non-inferior facilities)의 집합을 평가하기 위한 절차는 이러한 점들이 이상설비와 얼마나 근접하느냐를 결정하기 위한 것이다. 근접도의 계산에 많이 사용하는 척도 중의 하나는 다음과 같은 D_s의 족(family)[16]

$$D_p^s(a_i) = [\sum_{j=1}^{n_p} \lambda_j^s (x_{*j} - x_{ij})^s]^{1/s} \text{ for } \forall\ i \quad (6)$$

혹은

$$D_p^s(a_i) = \sum_{j=1}^{n_p} \lambda_j^s (x_{*j} - x_{ij})^s \quad (7)$$

이다. 여기서 $\lambda_j > 0$과 $1 \leq s \leq \infty$이다. $s=\infty$에 대하여 위의 식 (6)은

$$D_p^\infty(a_i) = \text{Max}_{\forall j}\ \{\omega_j\ (x_{*j} - x_{ij})\},\quad j=1,2,\cdots,n_p \quad (8)$$

이다. 즉, 멱(powers) s값의 변화에 따라 척도상으로 발생하는 문제를 해결할 수 있는데, s=1이면 기하학적 의미에서 점들간의 최장거리로 "city block" or "Manhattan block"거리척도를 나타내며, s=2이면 점들간의 최단거리가 직선인 유클리디안 거리를 나타내며, s>2이면 직선 보다 짧은 거리를 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 일반적으로 많이 이용되는 s=2인 유클리디안 거리척도를 이용하기로 한다.

그리고 의사결정자 입장에서 그룹속성의 중요한 순서에 의해 결정되는 단계를 거치면서 최적 선호설비일 가능성이 희박한 설비를 계속적으로 고려한다는 것은 시간적으로나 정신적으로 불필요한 일일 것이다. 따라서 단계 p를 거치면서 다음의 식 (9)를 이용해 절단범위(cutting range)의 상한

$$C_p = D_p(a_*) + 2(n_p \sum_{p=p+1}^{z} \lambda_p) \tag{9}$$

을 증가시켜감에 따라 열등설비를 제거시킬 수 있을 것이다. 여기서 $D_p(a_*)$는 단계 p까지의 이상설비와 최적 선호설비 간의 거리이고, n_p는 단계 p에서 고려하고자 하는 혼합속성의 수이며, z는 주어진 문제에서 혼합속성의 수보다 적은 최종의 유한단계를 거치면서 최적 선호설비가 결정되어야 함을 의미한다. 그러면 의사결정자가 조정가능한 절단범위의 상한 $C_p' = \rho C$에 대해 $0 < \rho \le 1$는 C_p를 조정하기 위한 상수가 되는데 $\rho = 1.0$이면 $C_p' = C_p$이다.

3. 혼합 MADM 문제를 위한 접근 방법의 제시

3.1 절차

본 연구에서 제시하고 있는 접근방법의 절차는 다음과 같다.

단계 1 : $p=1$로 하고 모든 설비 i에 대하여 $D_{p-1}(a_i)=0$; $D_p(a_i)=0$을 초기화한다.

단계 2 : $m_p \times n_p$의 x_{ij}' 혹은 o_{ij}'를 입력한다.

단계 3 : λ_p를 결정한다.

단계 4 : 이익(profit) 혹은 비용(cost)측면을 고려하여 정성적 속성이면 식(2)를 이용해 $x_{ij} = o_{ij}'$로 하고, 정량적 속성이면 식 (4)를 이용해 $x_{ij} = x_{ij}'$로 하여 [L,U]를 가지도록 정규화(no- rmalization)한다.

단계 5 : G_p를 고려하여 가설적 속성의 집합으로 구성되는 이상설비(ideal facilities)와 주어진 설비간의 거리

$$D_p(a_i) = \{ \sum_{j=1}^{n_p} \lambda_j^2 (x_{*j} - x_{ij})^2 \}^{1/2}$$

를 구한다.

단계 6 : 단계 p에서의 최적 선호설비 a_*^p를 구한다.

단계 7 : 주어진 모든 설비 a_i에 대하여 $D_p(a_i) = D_{p-1}(a_i) + \lambda_p \cdot D_p(a_i)$ 를 계산한다.

단계 8 : $C_p = D_p(a_*) + 2(n_p \sum_{p=p+1}^{z} \lambda_p)$를 계산한다.

단계 9 : C_p를 만족하면 $C'_p = C_p$로 하고 그렇지 않으면 $C'_p = \rho C_p$에 대해 ρ를 조정하여 $C'_p \geq C_p$가 되도록 한다.

단계 10 : C'_p에 따른 설비를 제거한다.

단계 11 : 선정 설비의 집합이 하나의 원소이거나 n_0속성을 모두 고려했으면 단계 12로 가고, 그렇지 않으면 p=p+1로 하고 단계 2로 간다.

단계 12 : min $D_z(a_*)$하는 설비를 선정한다.

단계 13 : 종료한다.

3.2 접근방법의 모형화

본 연구에서는 단계 p에서 G_p에 속한 m_p개의 설비 및 n_0^n개의 정량적 속성과 n_0^l개의 정성적 속성을 갖는 혼합 MADM문제의 해결을 위하여 다음과 같이 목적함수와 제약조건식을 제시하기로 한다.

$$\underset{a_i \in A_{p-1}}{\text{optimize}} \; D_p(a_i) = [(\delta_{i1}^{n_p} c_1^p + \delta_{i1}^{l_p} c_1^p)(a_i), (\delta_{i2}^{n_p} c_2^p + \delta_{i2}^{l_p} c_2^p)(a_i), \cdots, (\delta_{in_p}^{n_p} c_{n_p}^p + \delta_{in_p}^{l_p} c_{n_p}^p)(a_i)] \quad (10)$$

$$\text{s.t.} \quad \delta_{i\cdot}^{l} = 1 - \delta_{i\cdot}^{n} \quad (11)$$

$$\delta_{i\cdot}^{l}, \; \delta_{i\cdot}^{n} = \{0, 1\} \quad (12)$$

$$p = 1, 2, \cdots, z \leq n_0 \quad (13)$$

위의 식 (10)은 단계 p까지의 최적 선호설비를 의미하는 것으로 이것은 주어진 혼합 그룹속성을 고려하여 식 (6)에 의한 거리척도 $D_p(a_i)$를 이용해 얻어진 결과와 그룹속성의 가중치 λ_p를 곱하여 이상설비와 주어진 설비간의 거리를 최소화하는 최적 선호설비 a_*^p를 선정함을 의미한다. 여기서 $\delta_{i\cdot}^{l}$와 $\delta_{i\cdot}^{n}$는 식 (11)에서와 같이 $\delta_{i\cdot}^{l} = 1 - \delta_{i\cdot}^{n}$ 관계를 갖는데, 정량적 혹은 정성적 속성을 의미하는 {0,1}의 이진 결정변수(binary decision variables)이다. 그리고 식 (13)의 $p(p = 1, 2, \cdots, z \leq n_0)$는 원문제에서 주어진 속성의 수 보다 적은 유한단계를 거치면서 최종의 최적 선호설비가 선정되어야 함을 의미한다.

3.3 수치 예

다음의 <표 2>는 15개의 설비와 9개의 속성을 갖는 혼합 MADM상황을 나타낸 것이다.

<표 2> 혼합 다속성 의사결정문제의 상황

설비 \ 그룹 속성	G_1			G_2	G_3		G_4		G_5
	c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_1^2	c_1^3	c_2^3	c_1^4	c_2^4	c_1^5
a_1	113,270,000	60.4	8	7	28.5	1	24.98	251,000	1
a_2	111,130,000	37.2	6	10	23.4	9	29.97	260,000	6
a_3	117,050,000	71.8	8	6	24.8	3	19.70	283,000	5
a_4	114,470,000	10.4	8	5	26.0	7	29.50	226,000	4
a_5	111,350,000	40.6	1	3	26.1	9	24.98	274,000	10
a_6	113,990,000	90.3	9	2	23.4	4	24.50	283,000	2
a_7	112,310,000	72.3	5	7	30.1	2	24.50	253,000	2
a_8	115,080,000	66.8	0	3	22.6	5	29.68	301,000	0
a_9	110,990,000	10.4	10	5	29.9	6	24.93	281,000	4
a_{10}	111,070,000	32.3	9	9	24.8	0	29.79	265,000	9
a_{11}	111,190,000	10.8	7	6	27.4	8	23.96	225,000	0
a_{12}	113,710,000	20.4	6	0	21.8	2	24.99	200,000	4
a_{13}	119,990,000	51.4	4	4	27.0	9	24.91	224,000	4
a_{14}	119,440,000	70.2	3	5	20.0	10	29.22	246,000	7
a_{15}	116,230,000	43.8	8	8	23.7	1	24.39	238,000	4

어느 의사결정자료로부터

$G_1=\{c_1^1, c_2^1, c_3^1\}$ = {설비 구입비용(원), 예비 생산능력(개/일), 부품족의 유연성},

$G_2=\{c_1^2\}$ ={배치크기의 유연성},

$G_3=\{c_1^3, c_2^3\}$={폐수발생비율(%),경로유연성},

$G_4=\{c_1^4, c_2^4\}$={설비의 소요공간(m^2), 부품의 복잡성에 따른 연간유지비용(원)},

$G_5=\{c_1^5\}$ ={공구와 소프트웨어(software)의 편이성}

에 대한 우선적인 혼합 그룹속성의 자료를 얻었다면, 여기서 정량적인 속성은 c_1^1, c_2^1, c_1^3, c_1^4와 c_2^4이고 정성적인 속성은 c_3^1, c_1^2, c_2^3 와 c_1^5이다. 위의 예는 각각의 정성적 속성에 대한 평가를 하는데 있어서 N=10점 평가척도로 구성되어 있다. 만약, <표 2>에 관하여 각 속성에 대해 벡터정규화하여 등가중치 $\lambda_i=1/9$로 하고 선형성을 만족하는 입장에서 LINMAP[5]의 해를 구하면 최적 선호 설비는 a_6임을 알 수 있다.

<표 3> 단계별 $D_p(a_i)$와 설비제거의 변화

구분	p=1		p=2		p=3		p=4		p=5	
	$D_1(a_i)$	설비제거	$D_2(a_i)$	설비제거	$D_3(a_i)$	설비제거	$D_4(a_i)$	설비제거	$D_5(a_i)$	설비제거
a_1	0.78814391		0.93100105		1.23340558		1.42751401		1.51322830	제거
a_2	1.02870122		1.02870122		1.24680589		1.55043625	제거	—	—
a_3	1.05225977		1.24273596		1.59266524		1.74919518	제거	—	—
a_4	1.51111111		1.74920635		1.95090366	제거	—	—	—	—
a_5	1.48764527		1.82097860		1.96270420	제거	—	—	—	—
a_6	0.41269841	a_*^1	0.79365079	a_*^2	1.15461260	a_*^3	1.40016744		1.47635792	제거
a_7	0.83042692		0.97328407		1.20185549		1.39083324	a_*^4	1.46702372	a_*^5
a_8	1.66529723		1.99863056	제거	—	—	—	—	—	—
a_9	0.95238095		1.19047619		1.31041961		1.56017779	제거	—	—
a_{10}	0.79504407		0.84266312		1.27830668		1.58802812	제거	—	—
a_{11}	1.25449139		1.44496758		1.57848951		1.70464668	제거	—	—
a_{12}	1.50196741		1.97815788	제거	—	—	—	—	—	—
a_{13}	1.98748435	제거	—	—	—	—	—	—	—	—
a_{14}	1.80043176		2.03852699	제거	—	—	—	—	—	—
a_{15}	1.29923780		1.39447590		1.83266543	제거	—	—	—	—

우선 <표 2>의 9개 혼합속성 $c_j^p(j=1,2,\cdots,n_p)$ 에 대해 기수적(cardinal)인 정량적 값들은 식 (4)를 이용하여 선호정도공간을 갖도록 정규화해야 하며, 서수적(ordinal)인 정성적 값들은 식 (2)에 대한 각 속성에 대하여 E_n의 가능한 함수를 찾아야 한다. 한편, 혼합 그룹속성별 가중치를 10점법에 의해 $\lambda_p=[\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5]^T$ = $[10,5,3,2,1]^T$를 얻었다면 이들은 다음과 같이 정규화할 수 있다. 즉, $\overline{\lambda_p}=\lambda_p/\sum_p\lambda_p$에 대해 $\overline{\lambda_p}$ =[0.476190476,0.238095238,0.142857143,0.095238095,0.047619048]^{T}가 된다. 여기서 E_n은 균일간격을 갖는 상수 c=1이고 $\rho=1$에 대해 $C_p'=C_p$을 가정하기로 한다. 따라서 <표 2>에서 정량적 속성과 정성적 속성을 고려하여 선호정도의 폐구간 [L,U]을 갖도록 벡터정규화한 다음 단계 p에 따른 각 설비의 $D_p(a_i)$을 계산한 결과는 다음의 <표 3>과 같다.

여기서 단계 $p=1$ 일때 이상설비로부터 설비 a_i까지의 거리 $D_1(a_i)$는 그룹속성 c_1^1,

c_2^1와 c_3^1을 고려하여 얻은 거리이다. 만약, 이들의 그룹속성이 최저값인 [0.0000000,0.0000000,000000000]을 가진다면 이것은 단계 $p=1$ 인 경우의 이상설비(ideal facilities)가 될 것이며, 최대값인 [1.0000000, 1.0000000, 1.00000000]을 가진다면 반 이상설비(anti- ideal facilities)와 동일한 해가 될 것이다. 따라서 단계 $p=1$에서 얻을 수 있는 최소의 거리는 $D_1(a_6)=0.41269841$이고 최대의 거리는 $D_1(a_{13})=1.98748435$이다. 즉, 단계 p=1에서 현재의 최적 선호설비는 a_6임을 알 수 있다. 만약, 이번 단계에서 얻어진 설비 a_6을 최종의 최적 선호설비로 선택하고자 하는 경우는 다음 단계에서 고려하고자 하는 그룹속성의 가중치와 각각의 속성값이 영향을 미칠 수 있을 것이다. 그러므로 다음의 단계 $p=2,3,\cdots,n$ 에서 고려하고자 하는 그룹속성의 가중치는 $\sum_{p=2}^{n}\lambda_p(=1-\lambda_1=0.52380952)$이기 때문에 $c_1^p, c_2^p, \cdots, c_n^p$ 가 모두 [1.00000000, …,1.00000000]을 가진다면 이러한 결과로부터 얻을 수 있는 거리는 1.52380952이다. 따라서 단계 $p=1$에서 설비 a_6으로부터 얻을 수 있는 거리 $D_1(a_6)$와 위의 값의 합이 되는 1.93650793이상의 거리를 가지는 설비를 제거시킬 수 있을 것이다. 한편, 단계 $p=1$ 일때의 설비의 선호순위는 $a_6>a_1>a_{10}>a_7>a_9>a_2>a_3>a_{11}>a_{15}>a_5>a_{12}>a_4>a_8>a_{14}>a_{13}$이다. 여기서 설비 a_{13}은 제거된다. 이것은 p=1까지의 그룹속성의 중요도에 의해서 나머지 그룹의 속성값이 어떤 값을 갖더라도 순위가 뒤바뀔 수 없는 설비를 제거시킨 것이다. 즉, 이러한 설비는 다음의 계속되는 단계를 거치면서 현재의 최적 선호설비 $a_*^1=a_6$과 순위가 뒤바뀔 수 없는 열등설비(inferior facilities)이다. 이러한 열등설비의 제거개념을 이용하여 단계 $p=2$ 에서는 1.84126984, $p=3$ 에서는 1.63080308, $p=4$ 에서는 1.48607134 이상의 거리를 가지는 설비를 제거시킬 수 있을 것이다. 마지막으로 $p=5$ 에서는 다음의 단계에서 더 이상의 속성을 고려할 것이 없으므로 이 단계에서 구해지는 해가 최적 선호설비가 될 것이다. 따라서 단계 $p=2,3,4,5$를 거치면서 구해지는 설비집합의 선호순위는

$$A_2=\{a_6>a_{10}>a_1>a_7>a_2>a_9>a_3>a_{15}>a_{11}>a_4>a_5\}$$

$$A_3=\{a_6>a_7>a_1>a_2>a_{10}>a_9>a_{11}>a_3\}$$

$$A_4=\{a_6>a_7>a_1\}$$

$$A_5=\{a_7\}$$

이다. <표 3>에서 알 수 있는 바와 같이 최적선호설비는 $a_*^1=a_6, a_*^2=a_6, a_*^3=a_6, a_*^4=a_7$과 $a_*^5=a_7$로 변화됨을 알 수 있다. 여기서 단계 $p=4$에서 최적 선호설비가 바뀐 것은

단계 $p=3$ 까지의 설비 a_6의 거리와 설비 a_7의 거리상의 차이 0.04724289(=D_3 (a_7) -D_3 (a_6) (a_6)= 1.20185549-1.15461260)을 단계 p=4에서 고려하고자 하는 속성에서 설비 a_7이 유리하기 때문에 이를 상쇄하기 때문에 순위가 바뀐 결과이다.

한편, 단계 $p=5$ 에서 $A_4=\{a_1,a_6,a_7\}$에 대해 나머지 G_5에 속한 하나의 속성을 비교할 때 지배(dominate) 관계를 갖기 때문에 더 이상의 고려를 할 필요가 없다. 따라서 하나의 최적 선호설비를 제외한 모든 설비들이 제거되었으므로 설비 a_7이 최종의 최적 선호설비(final optimal preferred facilities)이기 때문에 정규화 이전의 속성값 $x_*^5=[112,310,000,72.3,5,7,30.1,2,24.50,253,000,2]$ 임을 알 수 있다. 그리고 위의 예에서 $C_p'=C_p$일 경우 p=1에서 최적 선호설비 a_6을 얻었는데, 단계 p=1에서 ρ를 점차 감소시켜 0.270833332까지 변화시킬 경우 최종의 최적 선호설비가 되는 a_7이 제거될 수 있다. 이러한 결과는 의사결정자가 ρ의 조정에 의한 절단범위의 상한치 C_p'를 C_p보다 크게 설정함으로써 해에 빨리 수렴할 수 있음을 의미한다. 만약, 의사결정자가 최적 선호설비를 얻는데 필요한 시간과 정신적 노력이 과다하다고 생각되어 최적 선호설비가 보장되지 않더라도 신속히 만족할 만한 해를 얻고자 하는 경우[1,2]에는 단계별 설비 제거를 위한 절단범위(cutting range)의 폭을 조정할 수 있도록 하여 빠른 시간 내에 해에 도달하게 함으로써 의사결정자의 입장을 좀더 현실적으로 반영할 수 있도록 하였다. 본 연구의 분석결과는 ρ를 0.5정도까지 변화시켜도 최적 선호설비를 보장하는데 큰 문제가 발생하지 않는다. 또한, p=2이후에는 ρ를 어느 정도 적게 즉, 절단범위를 크게 설정해도 별다른 문제가 없음을 알 수 있다.

따라서 의사결정자가 어느 정도 합리적인 범위(예를 들어 $\rho \geq 0.5$)에서 절단범위를 상향조정하여 빨리 해에 도달하고자 하는 경우, 최적 선호설비에는 큰 영향을 주지 않으면서 전체적인 계산량이나 요구정보량을 대폭 줄일 수 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

일반적으로 선택·평가문제에서 직면하게 되는 다속성 의사결정(Multiple-Attribute Decision-Making:MADM) 문제는 설비와 속성의 수가 매우 많을 뿐만 아니라 정성적 · 정량적인 혼합속성을 가지고 있기 때문에 이것들을 모두 고려하여 선호설비를 선정한다는 것은 시간적으로나 정신적으로 많은 어려움이 따를 수 있다. 이러한 혼합 MADM문제에서 정성적인 속성의 평가치는 정량적인 속성의 평가치와는 달리 합리적인 정량화 과정을 거쳐야 한다.

한편, 지금까지의 주요한 연구·개발된 기

법들 중 수리적 방법들은 주어진 문제에 대한 모형이나 선호구조에 제약을 가하여 최적 선호설비(optimal preferred facilities)를 구할 수 있지만 의사결정자의 입장을 거의 반영할 수 없으며, 이를 개선하기 위한 기존의 대화형 접근방법 역시 전체의 설비와 속성을 동시에 고려해야 하기 때문에 이들의 수가 많으면 많을 수록 쌍비교(pairwise comparisons) 등으로 발생하는 경우의 수가 기하급수적으로 많아져서 의사결정자가 제공해야 하는 정보의 양이 매우 많아진다는 어려움을 내포하고 있다. 한편, 일상적으로 발생할 수 있는 중요한 소수 개의 속성을 우선적으로 고려하여 의사결정을 하는 경우[1,2]에는 위의 연구결과를 이용할 수 없을 것이다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 문제점을 좀더 현실적인 입장에서 보완하기 위하여 설비와 속성의 수가 많으면서 정량적이거나 정성적인 혼합속성을 포함하는 MADM문제를 해결하고자 하였다. 여기서 제시된 접근방법은 속성의 그룹화를 통해 거리척도(distance measure)와 절단범위(cutting range)에 의해 최적 선호설비일 가능성이 적은 설비를 점차적으로 제거시킴으로써 의사결정자에게 도움을 줄 수 있도록 하였다. 그러나 기업경영 혹은 품질경영의 전반에 걸쳐서 접하게 되는 의사결정상황은 일반적으로 정량적이거나 정성적인 혼합속성을 포함하고 있는 것을 감안할 때, 정성적 속성과 정량적 속성의 평가값을 동일한 선호정도의 구간상에 표현, 분석하는데 있어서 앞으로의 지속적인 연구가 필요하다 하겠다.

참 고 문 헌

[1] 이강인, 조성구, 선호종속을 허용하는 다속성 의사결정문제의 대화형 접근방법", 한국경영과학회지, 제20권, 제2호, 1995, PP.61~76.

[2] 조성구, 이강인, "퍼지 Choquet적분을 이용한 다속성 의사결정문제의 최적 선호대안 결정", 대한산업공학회지, 제23권, 제4호, 1997. PP.635~643.

[3] Barron, H., and Schmidt, C. P.(1988), "Sensitivity Analysis of Additive Multi-attribute Value Models", *Operations Research*, Vol.36, PP.122~127.

[4] Cook, W. D.(1994), "A Multiple-criteria Composite Index Model for Quantitative and Qualitative Data", *European Journal of Operational Research*, Vol.78, PP.367~379.

[5] Hwang, C. L., and Yoon, K. S.(1981), "Multiple Attribute Decision Making", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, New York.

[6] Korhonen, P., J., and Wallenius, J. (1990), "Using Qualitative Data in

Multiple Objective Linear Programming", *European Journal of Operational Research*, Vol.48, PP.81~87.

[7] Korhonen, P. J.(1986), "A Hierarchical Interactive Method for Ranking Alternatives with Multiple Qualitative Criteria", *European Journal of Operational Research*, Vol.24, PP.265~276.

[8] Larichev, O. I., Moshkovich, H. M., Mechitov, A. I., and Olson, D. L. (1993), "Experiments Comparing Qualitative Approaches to Rank Ordering of Multiattribute Alternatives", *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, Vol.2, No.1, PP.5~26.

[9] Mareschal, B., and Brans, J. P.(1988), "Geometrical Representations for MCDA", *European Journal of Operational Research*, Vol.34, PP.69~77.

[10] Olson, D. L.(1996), *Decision Aids for Selection Problems*, Splinger-Verlag, New York.

[11] Stam, A., and Kuula, M.(1991), "Selecting a Flexible Manufacturing System using Multiple Criteria Analysis", *International Journal of Production Research*, Vol.29, No.4, PP.803~820.

[12] Vansnik, J. C.(1986), "On the Problem of Weights in Multiple Criteria Decision Making(The Noncompensatory Approach)", *European Journal of Operational Research*, Vol.24, PP.288~294.

[13] Yang, J. B., and Sen, P.(1994), "A General Multi-Level Evaluation Process for Hybrid MADM with Uncertainty", *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, Vol. 24, No. 10, PP.1458~1472.

[14] Yang, J. B., and Singh, M. G.(1994), "An Evidential Reasoning Approach for Multiple-Attribute Decision Making with Uncertainty", *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, Vol.24, No.1, PP.1~16.

[15] Zahedi, F.(1990), "A Method for Quantitative Evaluation of Expert Systems", *European Journal of Operational Research*, Vol.48, PP.136~147.

[16] Zeleny, M.(1982), *Multiple Criteria Decision Making*, Mcgraw-Hill Book Company, New York.